

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Химический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан химического факультета,  
Чл.-корр. РАН, профессор



/С.Н. Калмыков/

«31» августа 2021 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Теория вероятностей**

**Уровень высшего образования:**

Специалитет

---

**Направление подготовки (специальность):**

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

**Направленность (профиль) ОПОП:**

Аналитическая химия, Биоорганическая химия, Высокомолекулярные соединения, Коллоидная химия, Лазерная химия, Медицинская химия и тонкий органический синтез, Нанобиоматериалы и нанобиотехнологии, Неорганическая химия, Нефтехимия, Органическая химия, Радиохимия, Физическая химия, Фундаментальная и прикладная энзимология, Химия ионных и молекулярных систем, Химическая кинетика, Химия высоких энергий, Химия и технология веществ и материалов, Химия твердого тела, Электрохимия

**Форма обучения:**

очная

---

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
Учебно-методической комиссией факультета  
(протокол №7 от 07.07.2021)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности 04.05.01 «Фундаментальная и прикладная химия» (программа специалитета), утвержденного приказом МГУ от 29 декабря 2018 года № 1770 (с изменениями по приказу № 1109 от 11.09.2019).

Год (годы) приема на обучение 2019/2020, 2020/2021, 2021/2022

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП, блок ПД.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников). Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП (в форме компетенция – ЗУВ) указано в Общей характеристике ОПОП.

Компетенция	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
<b>ОПК-4.С.</b> Способен создавать математически модели профессиональных задач, учитывать ограничения и границы применимости моделей, интерпретировать полученные математические результаты	<b>ОПК-4.С.1</b> Предлагает математические и (или) физические модели химических процессов	<b>Знать:</b> основные понятия теории вероятностей <b>Знать:</b> основные элементы комбинаторного анализа <b>Знать:</b> основные модели теории вероятностей и возможности их применения <b>Знать:</b> наиболее часто используемые распределения и их свойства <b>Уметь:</b> формализовать задачу <b>Уметь:</b> выбрать подходящую модель, распределение
<b>ОПК-6.С.</b> Способен использовать в профессиональной деятельности теоретические знания и практические навыки решения математических и физических задач.	<b>ОПК-6.С.2.</b> Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	<b>Уметь:</b> применять изученные теоремы на практике <b>Уметь:</b> выполнять статистический анализ массивов данных, в том числе, полученных при проведении химических экспериментов

3. Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часа, из которых 80 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (36 часов занятия лекционного типа, 36 часов занятия семинарского типа, 4 часа – групповые консультации, 4 часа – промежуточный контроль успеваемости), 64 часа составляет самостоятельная работа студента.

4. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Обучающийся должен

**Знать:** основные понятиями теории множеств, успешно освоили

**Уметь:** проводить операции интегрирования и дифференцирования, суммирование рядов

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы	Самостоятельная работа обучающегося, часы

форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)		из них					Всего	из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации		Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Формализация вероятностной задачи	2	2	0				2			0
Элементы комбинаторного анализа	10	2	4				6			4
Классическое определение вероятности	12	2	4	2			8			4
Условные вероятности	6	2	2				4			2
Схема Бернулли	8	4	2				6			2
Дискретные и непрерывные случайные величины	18	4	8				12			6
Наборы случайных величин	22	8	8				16			6
Числовые характеристики случайных величин	19	5	8				13			6
Закон больших чисел	6	5	0				5			1

Центральная предельная теорема	3	2	0				2			1
Промежуточная аттестация <u>эк-</u> <u>замен</u>	38			2		4	6			32
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>4</b>		<b>4</b>	<b>80</b>			<b>64</b>

## 6. Образовательные технологии:

При ведении занятий широко применяются дискуссии, позволяющие достичь интуитивного понимания используемых подходов.

## 7. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

### • Примеры домашних заданий

1. Грани тетраэдра последовательно раскрашиваются в цвета: красный, зеленый, синий, а четвертая грань во все эти 3 цвета. Далее тетраэдр подбрасываем и смотрим, какой цвет присутствует на грани, на которую он упал. Будут ли независимыми события {есть красный цвет}, {есть зеленый цвет}, {есть синий цвет}?
  2. Бросается игральная кость 2 раза. Событие А состоит в том, что во второй раз выпала 1,2,5; событие В в том, что во второй раз выпала 4,5 или 6; событие С - сумма выпавших очков в двух бросаниях равна 9. Будут ли независимыми эти события?
  3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в 3 ящика. Найти вероятность, что во всех ящиках разное число шаров при условии, что все они не пустые.
  4. В ящике 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров. Наудачу вынимаются два шара. Какова вероятность, что вынутые шары разного цвета, если известно, что не вынут синий шар?
  5. В прибор входит комплект из двух независимых деталей, вероятность которых выйти из строя в течение года соответственно равна 0.1 и 0.2. Если детали исправны, то прибор работает в течение года с вероятностью 0,99. Если выходит из строя только первая деталь, то прибор работает с вероятностью 0.7; а если только вторая - то с вероятностью 0.8. Если выходят из строя обе детали, прибор будет работать с вероятностью 0.1. Какова вероятность, что прибор будет работать в течение года?
  6. В первой урне лежат один белый и три черных шара, а во второй урне - 2 белых и 1 черный шар. Из первой урны во вторую не глядя перекладывается один шар, затем один шар перекладывается из второй урны в первую. После этого из первой урны вынули один шар. Найти вероятность, что он белый.
1. Найти вероятность, что при 1000 подбрасываний монеты число орлов и решек совпадет

2. Два шахматиста встречались за доской 50 раз, причем 15 раз выиграл первый, второй выиграл 10, остальные закончились вничью. Найти вероятность того, что в матче из 10 партий между ними 3 партии выиграет первый, 2 партии выиграет второй, а 5 партий закончатся вничью.
  3. Лифт начинает движение с 7 пассажирами и останавливается на 10 этажах. Найти вероятность того, что три пассажира вышли на одном этаже, еще два вышли на другом, последние два - на еще одном этаже.
  4. В лотерее каждый сотый билет выигрышный. Сколько нужно купить билетов, чтобы с вероятностью 0.95 быть уверенным в том, что хотя бы один билет окажется выигрышным.
  5. В коробке 3 детали, вероятность брака каждой детали 0.1. Какова вероятность того, что среди 10 коробок будет не менее 8 не содержащих бракованных деталей?
1. Построить график функции распределения пуассоновской случайной величины с параметром 2. Найти ее дисперсию.
  2. Случайная величина равна количеству независимых испытаний Бернулли до появления первого успеха. Найти математическое ожидание и дисперсию.
  3. Найти математическое ожидание гипергеометрической случайной величины (случайной величины, равной количеству бракованных деталей в выборке размером  $k$ , если всего деталей  $N$ , из которых  $M$  бракованных).
  4. Подбрасываются 10 кубиков, сумму очков возводят в квадрат. Вычислить математическое ожидание данной величины.

Литература для углубленного изучения:

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп.—М.: Едиториал УРСС, 2005.— 448 с.
2. А.Зубков, Б.Севастьянов, В.Чистяков. Сборник задач по теории вероятностей. Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. — 1989. — 320 с.

#### 8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

#### Основная литература

1. В. П. Чистяков, Курс теории вероятностей, 7-е изд., Дрофа, Москва, 2007, 256 с.
2. Ивашев-Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика. 2003.
3. Туганбаев А.А., Крупин В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика. Издательство Лань. 2011.

#### Дополнительная литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Издания 1999, 2001 и 2003 г.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Издания 2001 и 2009 г.

#### Интернет-ресурсы

1. М.М.Мусин, С.Г.Кобельков, А.А.Голдаева (под редакцией А.В.Лебедева) Сборник задач по теории вероятностей для химиков, 2013  
<http://www.math.msu.su/department/probab/index-k.html>

9. Язык преподавания – русский

10. Преподаватели:

Кандидат физико-математических наук, доцент Гладков Борис Васильевич, кафедра теории вероятностей механико-математического факультета МГУ

### **Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

Образцы оценочных средств для текущего контроля усвоения материала и промежуточной аттестации - экзамена. На экзамене проверяется достижение промежуточных индикаторов компетенций, перечисленных в п.2.

#### **• Вопросы к экзамену**

1. Детерминированные и случайные явления. Случайный эксперимент. Статистическая устойчивость частот. Формализация вероятностной задачи. Вероятностное пространство. Случайные события. Операции над событиями. Связь вероятностной терминологии с теоретико-множественной терминологией. Примеры. Дискретные и произвольные пространства элементарных исходов (ПЭИ). Алгебра и сигма-алгебра событий.
2. Вероятность (вероятностная мера) в дискретном ПЭИ. Аксиомы. Примеры задания вероятности в дискретном ПЭИ. Теорема сложения и ее обобщения. Классическое и статистическое определения вероятности. Примеры.
3. Элементы комбинаторного анализа. Правило умножения и правило сложения комбинаторики. Выборки из генеральной совокупности. Размещения частиц по ячейкам. Использование классического определения вероятности для построения вероятностных пространств, в которых элементами ПЭИ являются различные выборки и размещения. Гипергеометрическое распределение. Разбиение конечного множества на подмножества с заданным количеством элементов.
4. Вероятность (вероятностная мера) в произвольном ПЭИ. Аксиомы теории вероятностей. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана. Свойства вероятности, вытекающие из аксиом. Примеры.
5. Условные вероятности. Теорема умножения. Независимость событий. Независимость событий в совокупности. Пример С.Н.Бернштейна. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.
6. Последовательность независимых испытаний с двумя исходами (схема Бернулли). Вероятностное пространство для схемы Бернулли. Биномиальное распределение. Последовательность независимых испытаний с  $N$  ( $N > 2$ ) исходами (полиномиальная схема). Примеры.
7. Предельные теоремы в схеме Бернулли, Теорема Пуассона. Распределение Пуассона. Локальная предельная теорема Муавра (без док-ва). Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа (без док-ва). Примеры применения теорем.

8. Случайная величина (определения). Функция распределения. Распределение вероятностей. Свойства функции распределения (поведение в бесконечности и непрерывность слева - без док-ва).
9. Дискретные случайные величины (распределения). Функция распределения. Примеры: вырожденное, дискретное равномерное, бернулливское, биномиальное, пуассоновское, геометрическое, гипергеометрическое распределения; распределение Паскаля. Содержательный смысл указанных распределений.
10. Абсолютно непрерывные случайные величины (распределения). Функция распределения. Плотность распределения. Примеры: равномерное распределение на отрезке, нормальное распределение с параметрами  $(a, b)$ , стандартное нормальное распределение, показательное распределение (свойство отсутствия последствия), распределение Коши. Содержательный смысл указанных распределений.
11. Многомерные распределения. Функция распределения случайного вектора и ее свойства (без док-ва). Дискретные и абсолютно непрерывные многомерные распределения. Плотность распределения. Примеры: равномерное распределение в области на плоскости, двумерное нормальное распределение, дискретное распределение на конечном множестве точек плоскости. Связь маргинальных (одномерных) распределений с совместным распределением.
12. Независимость случайных величин (определения). Необходимые и достаточные условия независимости дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин (без док-ва).
13. Функции от случайных величин. Пример: нахождение плотности распределения квадрата нормальной стандартной случайной величины (распределение хи-квадрат с одной степенью свободы). Преобразование  $n$ -мерного случайного вектора в  $m$ -мерный. Формула композиции (свертка). Примеры: распределение суммы двух нормальных, двух пуассоновских, двух биномиальных независимых случайных величин.
14. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание. Формулы для вычисления математического ожидания функций от случайных величин (без док-ва). Свойства математического ожидания. Дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции. Их свойства. Дисперсия линейной комбинации  $n$  произвольных случайных величин. Связь между независимостью и некоррелированностью. Примеры. Матрица ковариаций  $n$ -мерного случайного вектора.
15. Неравенства Маркова и Чебышева. Примеры применения. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел. Достаточные условия применимости закона больших чисел: теоремы Маркова, Чебышева и Бернулли. Примеры.
16. Сходимость по распределению (слабая сходимость). Центральная предельная теорема (различные достаточные условия выполнения теоремы - без док-ва). Примеры применения. Понятие асимптотической нормальности. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа как частный случай центральной предельной теоремы.
17. Теорема Слуцкого и теорема о сходимости (без док-ва). Приближенные доверительные интервалы для оценки неизвестной вероятности успеха по частоте в схеме Бернулли. Примеры. Многомерное нормальное распределение.

#### • Примеры контрольных работ

1. Случайная величина  $x$  равномерно распределена на отрезке  $[-1; 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\log(x^2)$

2. Лаборант допускает промахи в 1% анализов. Найти вероятность того, что в серии из 1000 анализов он сделает не более пяти промахов.
3. Известно, что высокое содержание некоторого вещества наблюдается в 5% случаев. Сколько в среднем необходимо перебрать образцов, чтобы найти хотя бы один с высоким содержанием вещества?
4. На отрезок  $[2,5]$  наудачу бросаются две точки. Какова вероятность, что расстояние между ними меньше 2?

1. Случайная величина  $x$  равномерно распределена нормально с параметрами  $(0,1)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $x^2$
2. Известно, что высокое содержание некоторого вещества наблюдается в 25% случаев. Найти вероятность того, что среди 2500 образцов окажется ровно 625 с высоким содержанием вещества.
3. В химической лаборатории установлен новый прибор со средним сроком службы 2500 рабочих дней. В предположении, что срок службы прибора имеет показательное распределение, найти вероятность того, что он прослужит более 3000 дней?
4. Семь проб вещества отправляются каждая в одну из семи лабораторий. Найти вероятность того, что все пробы попадут в разные лаборатории.

### Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Шкала оценивания знаний, умений и навыков является единой для всех дисциплин (приведена в таблице ниже)

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)</b>				
Оценка \ Результат	2	3	4	5
Знания	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения)	Отсутствие навыков	Наличие отдельных навыков	В целом, сформированные навыки, но не в активной форме	Сформированные навыки, применяемые при решении задач

<b>РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)</b>	<b>ФОРМА ОЦЕНИВАНИЯ</b>
--	-------------------------

<p>Знать: основные понятия теории вероятностей;  Знать: основные элементы комбинаторного анализа;  Знать: основные модели теории вероятностей и возможности их применения;  Знать: наиболее часто используемые распределения и их свойства;</p>	<p>мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на экзамене</p>
<p>Уметь: формализовать задачу;  Уметь: выбрать подходящую модель, распределение.  Уметь: применять изученные теоремы на практике;  Уметь: выполнять статистический анализ массивов данных, в том числе, полученных при проведении химических экспериментов.</p>	<p>мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на экзамене</p>